جامعة الريّان
AL RAYAN UNIVERSITY

كلية الاقتصاد

اسم الطالب : ....

السمستر (**السابع**)

اسم المادة (**بحوث عمليات 2**)

الشيت (الاول)

قرطاسية جامعة

الريان درنة

السعر(5 دينار)

اعداد الدكتورة

د. نجية الدرسي

الشيت المباع لا يرد ولا يستبدل فارجوا التأكد من طلبك قبل المجئ لكي لا تحرج نفسك وتحرجني معاك

مدخل الى بحوث العمليات والبرمجة الخطية

An introduction to operations research and linear programming

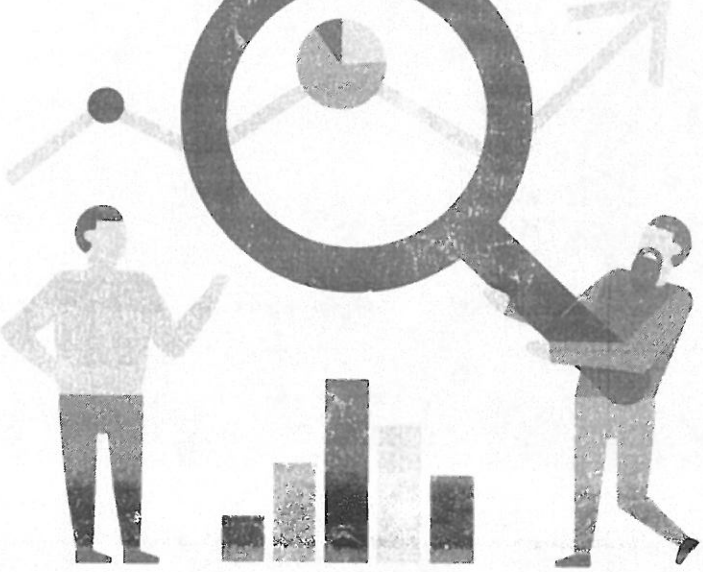
الاستاذ الدكتور

خالد زهدي مصطفى خواجه

المدير العـام الاسبق

للمعهد العربي للتدريب والبحوث الاحصائية

2022



مدخل الى بحوث العمليات
والبرمجة الخطية

An introduction to operations research and linear programming

الاستاذ الدكتور

خالد زهدي مصطفى خواجه

المديـر العـام الاسبق

للمعهد العربي للتدريب والبحوث الاحصائية

الجزء الاول: بحوث العمليات

الفصل الاول

القرارات الادارية

Administrative Decisions

1.1 مقدمة في التحليل الكمي (Quantitative analysis)

تعريف القرار: هو اختيار حل معين من بين مجموعة من البدائل.

يحاول المدير ان يختار ذلك البديل الذي يحقق اقصـــى فاعلية، ويواجه المدير العديد من المواقف التي تتطلب اتخاذ قرارات معينة. سنقسم القرارات الى المجموعات التالية:

عند اتخاذ القرار يواجه المدير

1. القرارات في ظل ظروف التاكد (جميع الحقائق معروفة بدقة كاملة) (CERTAINTY)
2. القرارات في ظل ظروف عدم التاكد (UNCERTAINTY) حيث ان الحدث المنتظر غير مؤكد، وان كان يمكن تخصيص نسب احتمالات مختلفة لكل حدث ممكن
3. القرارات التي تتخذ في فترة زمنية واحدة فقط
4. القرارات التي تتخذ في صورة تتابع زمني معين
5. القرارات التي يكون الطرف الاخر فيها هو الطبيعة (التنقيب عن البترول)
6. القرارات التي يكون الطرف الاخر فيها مفكر (الاعلانات)

1) اختيار مواد خام من مورد معروف بالجودة والاسعار ولا يوجد عنصر مفاجأة
2) فتح ~~فرع~~ فرع شركة في دولة جديدة ولا بيانات كافية عن السوق وسلوك المستهلك هناك
3) تحديد سعر منتج جديد يطرح في السوق لمرة واحدة
4) خطة تسويقية تنفذ على مراحل وتعتمد على نتائج سابقة
5) شركة نفط تحفر آبار جديدة بناء على دراسات جيولوجية لكن النتيجة تعتمد على الطبيعة (وجود مخزون)
6) شركة تطلق حملة اعلانية بعد تحليل السوق او الشركات المنافسة يؤثر على نتائج القرار

خطوات القرار

تمثل الخطوات التالية الخطوات العامة التي يمكن ان نسترشد بها في اتخاذ اي نوع من انواع القرارات:

1. حدد المعيار (Criterion) الذي سيستخدم (اقصى ربح ممكن او اقل تكلفة ممكنه...) دالة الربح

2. حدد البدائل المتاحة (Available Alternative)

3. حدد النموذج الممكن اســتخدامه وقيم معلماته (Parameters)، مثلا قد نقرر بان التكلفة

   C تساوي المتغيرة الثابتة

   $C = A + B$ (عدد الوحدات المباعة) التكلفة الكلية

   $\boxed{C = A + BX}$

   فهنا لابد من تحديد قيم A , B حتى يمكن استخدام النموذج

4. حدد ذلك البديل الذي يتمشى مع المعيار الذي تم استخدامه في الخطوة الاولى

مثال:

50,000

يمكننا ان نبيع 1000 وحدة من سـلعة معينة الى الحكومة بسـعر 50 دينار للوحدة، هل نقبل هذا الامر مع معرفة ان الشركة لديها طاقة عاطلة؟

1. المعيار هو تعظيم الربح اي عملية بيع هدفها تعظيم الربح

2. البدائل المتاحة هي:

   i. قبول الامر

   ii. رفض الامر

3. نحتاج الى معرفة التكلفة الاضافية لانتاج 1000 وحدة ونموذج التكلفة هو:

$$C = A + 1000\,B$$

كم يكلف بيع 1000 وحدة

واذا افترضنا ضرورة شراء معدات معينة تكلفتها 5000 دينار، اي (A=5000)، وان التكلفة المتغيرة لانتاج وحدة واحدة هي 30 دينار، اي (B = 30)، تكون التكلفة الكلية لتنفيذ هذا الامر

$$= 5000 + (1000)\ 30$$

$$= 35000$$

4. نقارن التكلفة بســعر البيع (50000) نجد ان الربح = 15000 لو قبلنا العرض، بينما الربح صفر لو رفضناه اذن نقبل الامر.

35000 - 50000 = الربح

35,000

لقد استخدمنا في المثال البسيط معلومات اساسية واساليب حسابية بسيطة، ولكن حين التعامل مع مشاكل اكثر تعقيدا فان الامر يتطلب استخدام اساليب تحليلية وكمية كنظرية الاحتمالات والرياضيات والاحصاء والبرمجة الخطية وغير الخطية والديناميكية.

2.1 بناء النموذج الكمي (Quantitative model)

التجريد (Abstration)

ان المشــاكل الادارية الواقعية تميل الى التعقيد الشــديد، فهناك عدد لاحصــر له من الحقائق في اي حالة واقعية، وبالاضافة الى ذلك، كل فعل محتمل (او قرار محتمل) يبدأ بسلسلة من السبب والاثر والتفاعل " التي ليس لها اي نهاية منطقية"

فالعقل البشري لايستطيع (باي حال من الاحوال) ان ياخذ في الاعتبار جميع جوانب المشكلة حتى يمكن اتخاذ قرار.

عند اتخاذ القرار لايمكن الالمام بجميع جوانب المشكلة

مركز على العوامل

فيقوم متخذ القرار بتخفيض الوضع الى تلك العوامل التي يعتبرها اكثر ارتباطا بالمشكلة التي يواجهها.

فالتجريد يعتبر الخطوة الاولى والضــرورية في حل اي مشــكلة ادارية، اي لابد من تجاهل بعض نواحي المشكلة حتى يمكن اتخاذ القرار. **ولكن قد يقع خطا في التجريد، فيتم تجريد عوامل اســاسية او اســتخدام**

التجريد تجاهل بعض نواحي المشكلة

كما يعتبر تجريد عوامل اساسية

عوامل غير كافية في بناء النموذج، ولهذا يجب اختيار العوامل (المتغيرات) بدقة وفق دراية تامة ودراسة معمقة.

بناء النموذج

يقوم متخذ القرار بعد اختيار العوامل الاساسية او المتغيرات في الحالة الفعلية بادماجها مع بعضها البعض بصورة منطقية، بحيث تكون في النهاية نموذجا لهذه المشكلة، والنموذج هو تمثيل مبسط للموقع العملي،

ويمكن تلخيص مزايا النموذج البسيط فيما يلي:-

1. يوفر في الوقت والمجهود العقلي
2. يمكن فهمه بسهولة بواسطة متخذ القرار
3. في حالة الضرورة يمكن تعديل النموذج بسرعة وكفاية

لا يهدف متخذ القرار الى بناء نموذج يشابه الحالة الواقعية في كل شيء، فمثل هذا النموذج سيتطلب وقتا لانهائي في بنائه وربما يصعب على العقل الآدمي فهمه بعد ذلك.

حل المشكلة

يتم حل المشكلة او اتخاذ القرار باستخدام التحليل المنطقي لهذا النموذج

3.1 القرارات الادارية وفكرة الاحتمالات

Administrative decisions and the idea of probability

تتخذ القرارات الادارية اما في ظروف تقترب من التاكد او في ظل ظروف عدم التاكد، والنوع الثاني من القرارات هو الاكثر شيوعاً في الحياة العملية، والتحليل الكمي المطلوب في النوع الاول من القرارات عادة يتخذ شكل تعظيم (Maximizing) هدف معين (ارباح او انتاج)، وتحقيق هذا الهدف يكون غالباً خاضعاً لعدة قيود.

في مثالنا الســـابق قارنا بين بديلين: الاول قبول الامر والثاني رفض الامر لعقد حكومي مقداره 1000 وحدة، ويعتبر هذا قرار في ظل ظروف تاكد كاملة واتضـح لنا ان الارباح سـتزداد بمقدار 15000 دينار في حالة قبول الامر، ولهذا السبب فقد اخترنا هذا البديل.

ولنفترض اننا سنغير هذا الوضع قليلاً كالاتي:

هناك عدم تاكد بالنسـبة للمسـتوى الحقيقي للمبيعات، فهي قد تكون 100 وحدة او 250 وحدة او 1000 وحدة والبدائل المتوفرة لنا مرة اخرى هي:

1. ان نقوم بتسويق المنتج، ونقبل اي ربح او خسارة تتحقق نتيجة لذلك
2. ان نرفض المشروع باكمله، ونحقق ربحاً مقداره صفر

ولنفترض ان التكلفة الثابتة (5000 دينـار) تتحقق قبل ان نعرف كميـة الطلب الحقيقيـة، ولكن يمكن تصنيع الوحدات بعد معرفة الطلب (بمعنى انه ليس هناك مشكلة مخزون سلعي).

ولنقم بحساب كمية الربح المحقق لكل مستوى من المبيعات، اذا قمنا بتسويق المنتج:

الحالة السائدة (المبيعات)	الناتج (الربح او الخسارة)
100	3000-
250	0
1000	15000

والواقع ان احســن بديل يتوقف على احتمال حدوث كل مســتوى من مســتوى المبيعات، فلو كنا متاكدين تماما ان مستوى المبيعات سيكون 1000 وحدة فاننا سنقوم بتسـويق السلعة بدون اي تردد، اما اذا كانت المبيعات ستكون 100 وحدة بالتاكيد فاننا سنرفض المشروع بدون اي تردد ايضـاً، ونتجنب خسـارة قدرها 3000 دينار، وفي حالة مستوى مبيعات 250 وحدة، فان اختيار اي بديل سيكون سواء لدينا.

الربح الدينار

التكاليف مبيعات

1500- = (8000) = 30 X 100 + 5000 3500 = 50 X 100

(12500) = 30 X 250 + 5000 12500 = 50 X 250

35000 = 30 X 1000 + 5000 50000 50 X 1000
15000+ =

1000 250 100

استخدام طريقة بيز في اتخاذ قرار في ظروف عدم التأكد

وعندما تكون الحالة الســائدة غير معروفة، فان متخذ القرار يعمل في ظل معلومات غير كاملة، وهناك عدة وسـائل لمعالجة هذه المشـكلة، وتعتبر **قاعدة بيز** من اشـهرها، وطبقاً لهذه القاعدة يقوم متخذ القرار بالعمليات الحسابية الاتية لكل قرار محتمل:

1. اعداد قائمة بالحالات السائدة (المتوقعة)
2. تخصيص وزن احتمالي لكل حالة
3. حساب الناتج المتوقع للحالات السائدة لفعل محدد
4. نحسب التوقع لكل ناتج (نقوم بضـرب احتمالات حدوث كل حالة سائدة بناتج هذا الفعل والحالة الســائدة) ثم نقوم بجمع حواصـــل الضـــرب هذه (اي نجمع التوقعات، والنتيجة النهائية يطلق عليها " **القيمة المتوقعة للفعل**".

نقوم بهذه العمليات الحسـابية لكل فعل محتمل، والقرار الذي يتضـمن اعلى قيمة متوقعة هو حل بيز وهو الواجب اختياره.

وبتطبيق قاعدة بيز على مثالنا السابق، اذا كان متخذ القرار يشعر بان احتمال بيع 100 وحدة هو 40% وان احتمال بيع 250 وحدة هو 40% ايضاً وان احتمال بيع 1000 وحدة هو 20% نتبع ما يلي:

نمثل البيانات في الجدول التالي:

التوقع للربح (الاحتمال × الربح)	الربح	الاحتمالات	المبيعات
−1200	−3000	0.40	100
0	0	0.40	250
3000	15000	0.20	1000
1800			

وهذه القرارات تعتمد على التقدير الشخصي

الربح المتوقع (او القيمة النقدية المتوقعة) لتسويق هذا المنتج هو مجموع حاصل ضرب الاحتمال في الربح ويساوي 1800 دينار ، بينما يساوي صفر في حالة رفض المشروع، وبالتالي وباستخدام قاعدة بيز فاننا نقوم باتخاذ قرار بتسويق هذا المنتج.

هذا ولابد من الذكر بان الحكم الشخصي يدخل في عملية اتخاذ القرارات في الحالات التالية:

- عند اختيار الوزن الاحتمالي لكل حالة سائدة
- عند اختيار الهدف او المعيار

تساعد في اتخاذ القرار في ظل ظروف عدم التأكد

4.1 نظرية القرار Decision theory

تهتم نظرية القرار بصفة رئيسية بكيفية مساعدة الافراد (او المنظمات) في صنع واتخاذ القرارات وبتحسين عملية اتخاذ القرارات في ظل ظروف عدم التاكد، وتمكن نظرية القرار متخذ القرار من تحليل مجموعة من الاوضاع المعقدة والتي تتضمن العديد من البدائل والعديد من النواتج.

مثال

وسنعالج في هذا الجزء من اتخاذ القرارات في ظل ظروف عدم التاكد. وسندرس قرارا شائعا الى حد كبير، حيث سيكون هناك عدة افعال محتملة وعدة حالات سائدة.

قرار مع عدة احتمالات

مثلا الافعال المحتمله

- تحديد عدد الوحدات الواجب شراؤها من منتج ما
- شراء او عدم شراء بوليصة تامين ضد الحريق
- تغيير او عدم تغيير سعر منتج معين

وتكون **الحالات السائدة** (الاحداث المحتملة الوقوع) **(Prevalent Cases)**

- الطلب على المنتج قد يكون 50,.....,2,1,0
- قد يشتعل الحريق او لايشتعل

- اذا قمنا بتغيير السعر فان عدد الوحدات المباعة ستكون 10,.....,1,0

ونتيجة لعدم معرفة اي الحالات الســـائدة هي الحالة الحقيقية، فاننا نخصـــص توزيعا احتماليا للحدوث المحتمل لكل حادث، ويمكن ان يســـتند هذا التوزيع الاحتمالي على الماضـــي اذا اقتنع متخذ القرار بان التاريخ سيعيد نفسه، وعلى كل فالحكم الشخصي يتدخل الى حد كبير في تحديد الاحتمالات.

مثال:

اذا كانت تكلفة الوحدة من منتج ما 3 دنانير، وسـعر بيعها 5 دنانير، والوحدات غير المباعة ليسـت لها قيمة كخردة، ويظهر الجدول التالي الحالات الســـائدة المتوقعة (حجم الطلب المتوقع) وكذلك الاحتمال الخاص بكل حالة.

الاحتمال	الطلب
0.05	0
0.40	1
0.55	2

3 - 5 = 2

فما هو عدد الوحدات الواجب اصدار امر بشرائها؟

الحل:

الخطوة الاولى في الحل هي اعداد جدول الارباح المشروطة

البدائـــل

الحالة السائدة (الطلب)	الاحتمال	شراء 0	شراء 1	شراء 2
0	0.50	0	−3	−6
1	0.40	0	2	−1
2	0.55	0	2	4
	اقصى ربح	0	2	4
	اقصى خسارة	0	−3	−6

الأربـــاح

وبالطبع مادام احتمال بيع 3 وحدات = صــــفر فلا يمكن شـــراء 3 قطع او اكثر، وان اتخاذ قرار بعدد الوحدات الواجب شراؤها معقد رغم بساطة المشكلة.

5.1 معيار القرار Decision Criterion

هناك عدة معايير يمكن لمتخذ القرار ان يختار احداها:

1. **معيار Maximax تعظيم اقصى ربح ممكن**

ويتم ذلك بان نحدد اقصى ربح يمكن ان نحصل عليه عند كل بديل:

اقصى ربح في حالة شراء صفر يساوي صفر، واقصى ربح في حالة شراء 1 هو 2، واقصى ربح في حالة شراء 2 هو 4

اذن نختار الحالة الاخيرة او البديل الاخير اي شراء وحدتين.

$0.4 \times 2 \times 5 - 2 \times$

$2 \times 3 - 0.4 \times 2 \times 5$

ولكن هذا المعيار يهمل الخسـائر المحتملة، واحتمالات تحقيق الربح او عدم تحقيقه، ويروق هذا المعيار لشـخص مغامر جداً، ولكن غالباً ما ينتهي الامر الى خسـائر كبيرة، حيث انه سـيحاول دائماً القيام بمشروعات احتمالات نجاحها بسيط جداً، والواقع انه من المرغوب فيه منطقياً ان ندخل في اي قرار احتمالات النجاح والفشـل معا دون الاقتصـار على احداهما دون الاخر، وفي مثالنا هذا فان الامر سـيصـدر بشـراء وحدتين، ولكن لو افترضـنا ان احتمال بيع وحدتين هو 0.0001 فهل يكون قرار شراء وحدتين معقولا؟

2. معيار Minimax الحد الادنى للحدود القصوى

في هذا المعيـار نختـار ادنى قيمـة لاقصى خسارة، فان الخسارة القصوى في مثالنا هي 0، 3−، 6− على التوالي، وبهذا نختار البديل الاول اي عدم شراء اي وحدة كي نحقق اقل خسارة ممكنة. والنقد الذي يوجه الى هذا المعيار هو انه يؤدي غالبا الى قرار "بان لا نفعل شـيئاً" الا اذا كان احتمال الخسارة يساوي صفر، ولهذا يتسم هذا المعيار بالتحفظ الشديد، وبالطبع فان متخذ القرار وفق هذا المعيار ينتهي به الامر في النهاية الى ما يقرب من "الموت من الجوع".

3. معيار الفرص المتساوية للحدوث Equal Probability Criterion

يفترض هذا المعيار تسـاوي احتمالات كل البدائل، وبالتالي يختار البديل الذي يعطي اكبر ربح في المتوسط، اي يجمع ارباح كل بديل ويقسمه على عدد الحالات ويختار اكبر ربح.
والنقد الذي يوجه الى هذا المعيار هو انه يفترض تساوي احتمالات وقوع الاحداث المختلفة، ولكن في الواقع العملي من النادر ان لا تكون لدينا فكرة – ولو بسيطة – عن احتمال وقوع كل حادث.

وفي مثالنا فاننا اعطينا توزيع احتمالي، وليس هناك سبب يدعونا الى افتراض تساوي فرص وقوع الاحداث جميعاً. ويفضل دائماً استخدام افضل تقدير للاحتمالات بدلا من افتراض تساويها.

4. معيار الاحتمال الاقصى للحدوث

Criterion of Maximum Probability of Occurrence

اساس القرار هنا هو ربح الحدث الذي ترتبط به اعظم الاحتمالات للوقوع، اي اننا ناخذ في الاعتبار فقط نتائج الحالة السائدة التي يحتمل حدوثها اكثر من غيرها، ثم نختار احسن تصرف لهذه الحالة. وفي مثالنا فان هذه الحالة هي طلب وحدتين والتي تؤدي الى قرار شراء وحدتين حتى يكون الربح 4.

ولكن هذا القرار لا يمكن ان يكون صحيحاً خاصة اذا كانت الاحتمالات قريبة جداً من بعضها، وكان هناك قيمة للوحدة غير المباعة كخردة.

ثم ان هذا المعيار يتجاهل نتائج جميع الحالات ما عدا تلك الحالة ذات الاحتمالات الاعلى، ولهذا فانه يفشل في استخدام معظم المعلومات المتوافرة لمتخذ القرار مما يجعله يتخذ قرارات غير مناسبه في بعض الاحيان.

5. معيار بيز **Bayes' Criterion**

لقد ســـبق شـــرح طريقة بيز او قاعدة بيز، وفي مثالنا نحســـب التوقع لكل بديل ونختار البديل صاحب اكبر توقع ويظهر ذلك في الجدول التالي:

2 = 3 − 5 = 5 × 1

شراء صفر	شراء وحدة	شراء وحدتين
0 × 0.05	- 3 × 0.05 = − 0.15	- 6 × 0.05 = - 0.30
0 × 0.40	2 × 0.40 = 0.80	-1 × 0.40 = - 0.40
0 × 0.55	2 × 0.55 = 1.10	4 × 0.55 = 2.20
0	1.75	1.50

والتصرف او البديل الذي يؤدي الى اعلى قيمة متوقعة هو شراء وحدة واحدة، ولهذا فالقرار يكون بشراء وحدة واحدة. ويعتبر المعيار الاخير (معيار بيز) افضل المعايير.

الدالة الخطية Linear function

اذا كانت دالة التكلفة او الربح خطية فان ذلك يسهل من العمليات الحسابية لقاعدة بيز، فبدلاً من حساب الارباح المشروطة لكل بديل وكل حالة سائدة فانه يمكننا ان نحسب الحالة السائدة المتوسطة وادخالها في دالة الربح والتكلفة.

مثال:

اذا افترضنا ان الربح (Y) يساوي معامل ثابت (c) مضروباً في عدد الوحدات المباعة x ولكننا غير متاكديين من قيمة c (بمعنى ان هناك العديد من الحالات السائدة المحتملة) ولدينا المعلومات الاتية:

E(X)

E(C)

القيمة	الاحتمال
150	0.20
160	0.70
170	0.10

159.

هنا محدد الربح المتوقع لكل احتمال ولكن لا نعرف عدد الوحدات المباعة

هنا c عدة قيم الربح للوحدة

150 احتمالية 150
160 70%
170 10%

الربح من بيع وحدة واحدة

ودالة الربح الاصلية هي $Y = cx$

فاذا افترضـنا ان عدد الوحدات التي سـتباع في الفترة التالية 10 وحدات فان الارباح المتوسـطة المتوقعة

هي $E(y) = E(cx)$

لان x هي الثابت

الربح المتوقع

$$E(y) = E(cx)$$
$$= x\,E(c)$$
$$= x\sum p.c$$
$$= x\,(150 \times 0.20) + (160 \times 0.70) + (170 \times 0.10)$$
$$E(y) = 159x$$
$$E(y) = (159)\,10$$
$$E(y) = 1590$$

10

اي ان الربح المتوقع 1590 ديناراً

ولنفرض انه بدلاً من معرفة x بالتاكيد فاننا نعرف بان c هي 150 وان x تاخذ قيماً مختلفة بتوزيع

احتمالي كما يلي:

قيمة x	الاحتمال p
9	0.4
10	0.5
11	0.1

E(X)
3.6
5
1.1
9.7

c ثابتة 150
x

تبقى دالة الهدف

$$Y = CX$$
$$E(Y) = E(CX)$$
$$= CE(X)$$

الربح من بيع وحدة واحدة

$$= C\sum P.X$$

$$= 150\ \{(9\times0.4) + (10\times0.5) + (11\times0.1)\}$$

$$= 150(9.7)$$

$$= 1455$$

اي ان الربح المتوقع = 1455

والان لو افترضـــنا ان كلا من x,c غير معرفتين بالتاكيد، كلاهما متغير عشـــوائي وتوزيعات احتمالاتها هي المذكورة سابقاً.

هنا سنفترض عنصر هام جدا وهو ان كلا من c و x مستقلين

$$\therefore \quad E(CX) = E(C)\ E(X)$$

ومن مثالنا

$$Y = CX$$

$$E(Y) = E(CX)$$

$$= E(C)\ E(X)$$

وباحلال توقعات كل من X, C يكون

$$E(Y) = (159)\ (9.7) = 1542$$

على هذا الاساس اذا افترضنا عدم التاكد لكل من X,C يكون لدينا ربح متوقع قدره 1542، ونسطيع ان نقوم بخططنا طبقا لذلك.

X = 9   C = 150

وعلى كل فلابد من التركيز على ان 1542 دينار هي عبارة عن توقعات والارباح قد تنخفض الى 1350 دينار (لو ان 150 = X = 0 , C)

او ترتفع الى 1870 (لو ان 11 = X = 11 , C)

~~9. X 40 +~~

X = 9   C = 150

6.1 شجرة القرارات Decision Tree

سنعالج في هذا الجزء المعيار الذي يستخدم عندما تواجه متخذ القرار مشكلة اتخاذ مجموعة متتابعة من القرارات بدلا من قرار واحد، ويطلق على هذا المعيار اسم شجرة القرارات.

هذه الشـــجرة عبارة عن تمثيل بياني يظهر تتابع القرارات الواجب اتخاذها والاحداث المحتملة المتوقع حدوثها، والمثال التالي يوضح هذه الفكرة:

مثال: يواجه مدير تسويق احدى الشركات مشكلة اتخاذ قرار بتسويق او عدم تسويق منتج جديد، وتكلفة تنمية وتسويق هذا المنتج (35000) دينار، وتعتمد الارباح التي سيتحصل عليها على قرار شركة منافسة بتسويق منتج مشابه، وعلى السعر الذي ستحدده شركتنا للمنتج الجديد.

فاذا لم يكن هناك منتج منافس فان الشركة يمكنها تحديد السعر الذي يحقق لها اقصى ربح ممكن، اما اذا كان هناك منتج منافس فان الربح سيتوقف على السـعر الذي تحدده الشـركة لهذا المنتج والمشـروط او المقيد بالسعر الذي حدده المنافسون.

جميع هذه الحقائق واحتمالاتها تم اظهارها في شجرة القرارات في الشكل (1)،

ويلاحظ ان هذا القرار مركب، بمعنى ان الشركة لا بد ان تتخذ اولا قرارا بتسويق او عدم تسويق السلعة، ثم بعد ذلك بفترة تقوم باتخاذ قرار بتحديد سعر السلعة.

وتظهر الارباح المشروطة في نهاية الشجرة، ولاتتضمن هذه الارقام تكلفة تقديم السلعة للسوق (35000) ويظهر في الشجرة ايضاً الاحتمالات المخصصة للوحدات المختلفة، ومن الشجرة فاننا نلاحظ على سبيل المثال ان هناك منافس في السوق، فاذا قامت شركتنا بتحديد سعر مرتفع فان احتمالات ان يحدد المنافس سـعرا مرتفعا هي 0.4، واحتمال ان يحدد سـعرا متوسـطا هو 0.5، واحتمال ان يحدد سـعر منخفض هو 0.1، والارباح المشـــروطة لهذه الحالات الثلاث هي على التوالي 50000، 30000، 10000 فاذا

طرحنا تكلفة تقديم السلعة من هذه الارباح فاننا نحصل على ارباح صافية قدرها 15000 دينار في الحالة الاولى وخسائر قدرها 5000 دينار في الحالة الثانية و25000 دينار في الحالة الثالثة.

ولتحليل مشكلة قرار من هذا النوع فاننا نبدأ من نهاية الشجرة ونرجع الى الخلف، ونحسب القيمة المتوقعة (التوقع) لكل مجموعة محتملة من القرارات والاحداث ، وعلى هذا الاساس عندما نكون في الركن الايسر العلوي من الشكل (1)، (بمعنى اننا نقوم بتسويق السلعة وسلعة منافسة دخلت السوق، واننا قد قمنا بتحديد سعر مرتفع لسلعتنا)، فاننا نحسب القيمة المتوقعة لاحتمالات السعر المرتفع والمتوسط والمنخفض للمنافس وهذه القيمة هي:

$$(50000)\ (0.4) + (30000)\ (0.5) + (10000)\ (0.1) = 36000$$

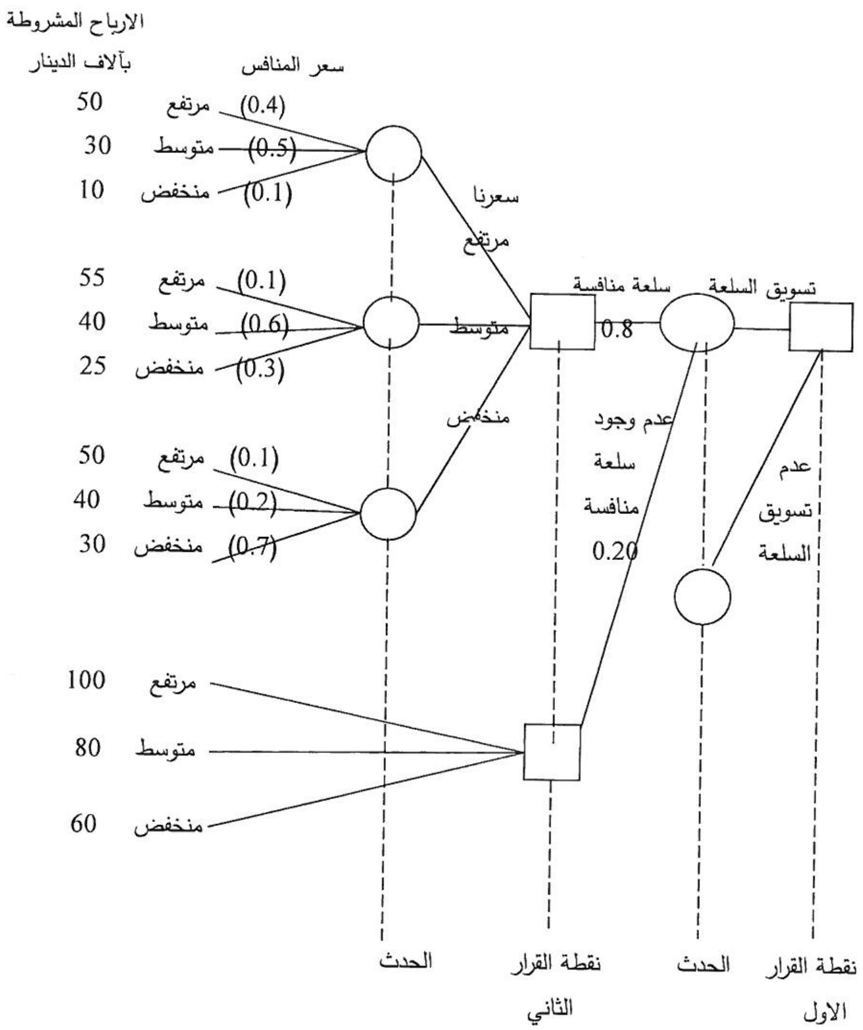
وفي حالة كان سعرنا متوسط تكون القيمة المتوقعة لاحتمالات السعر المرتفع والمتوسط والمنخفض للمنافس هي:

$$(55000)\ (0.1) + (40000)\ (0.6) + (25000)\ (0.3) = 37000$$

وفي حالة كان سعرنا منخفض تكون القيمة المتوقعة لاحتمالات السعر المرتفع والمتوسط والمنخفض للمنافس هي:

$$(50000)\ (0.1) + (40000)\ (0.2) + (30000)\ (0.7) = 34000$$

وهنا نقرر ان يكون سعرنا متوسط لانه صاحب اكبر توقع ربح (3700).



شكل (1)

نضـع هذه النتائج في الدوائر الصـغيرة في شـكل (2)، وبنفس الطريقة يتم حسـاب القيم المتوقعة لباقي النقاط.

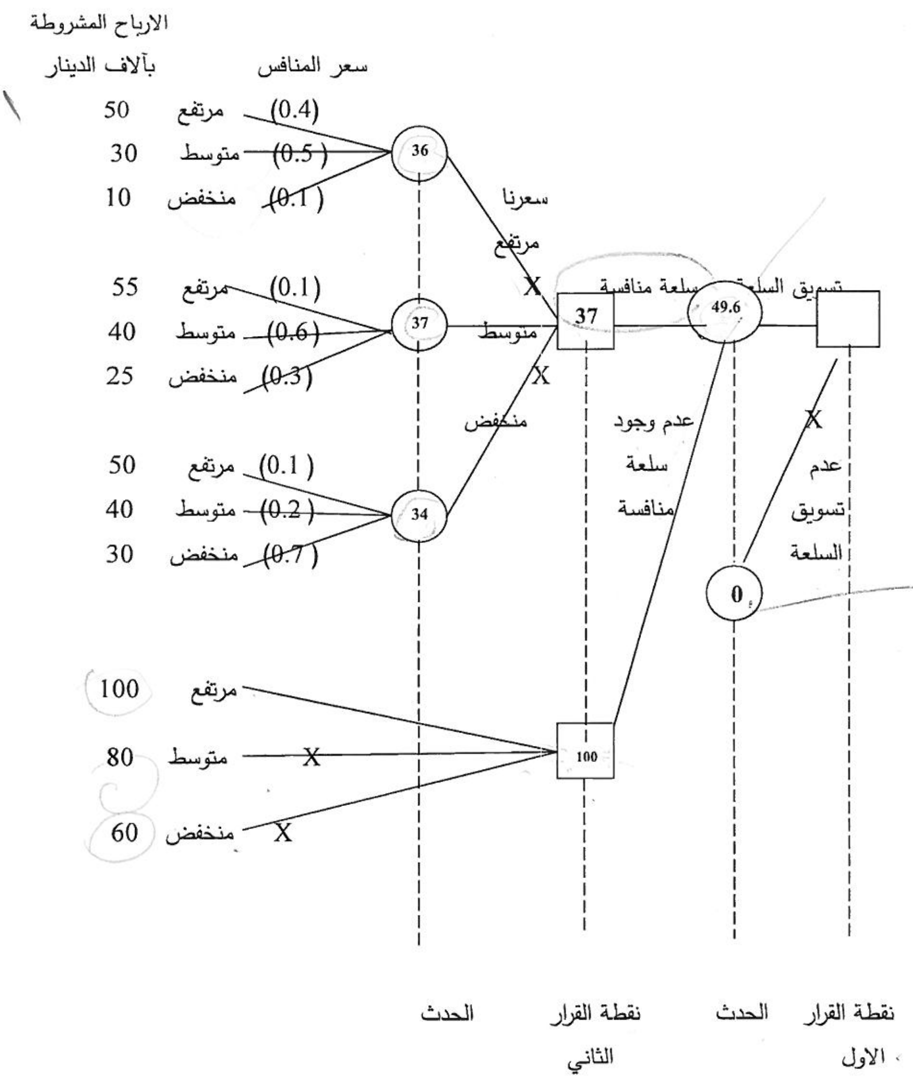
واذا تحركنا الان الى الخلف الى نقطة القرار الثانية فاننا نواجه بحالتين: الاولى عندما يكون هناك سـلعة منافسة في السوق، والتي تتضمن تحديد اسعار مرتفعة او متوسطة او منخفضة بارباح متوقعة 36000،

37000، 34000 دينار، فاذا كان اختيارنا يستند على اعلى قيمة متوقعة فان قرارنا يكون بتحديد السعر المتوسط وتوضع علامة x على البديلين الآخرين، والتي تدل على انهما غير مثالين.

وعندما لايكون هناك سلعة منافسة في السوق فاننا نختار سعراً مرتفعاً وبربح 100000 دينار.

الربح المشروط

احتمال



الربح

شكل (2)

1+15 + 20

36

وعلى نقطة الحدث في الجانب الايمن فقد تم حســـاب قيمة متوقعة قدرها 49600 دينار ، عن طريق حاصـل ضـرب الارباح المتوقعة في حالة السـلعة المنافســة وهي (37000) في احتمال حدوثها (0.8) مضـاناً اليها الارباح المتوقعة في حالة عدم وجود سلعة منافسـة (100000) في احتمال حدوثها (0.2)، واخيراً فقد تم التوصـل الى قرار تسـويق السـلعة، حيث ان صـافي الربح سـيكون 14600 دينار (الارباح المتوقعة 49600 مطروحاً منها تكلفة التســـويق 35000) وهو اكثر من صـــفر (الربح الناتج عن عدم تسويق السلعة). **اذن فالقرار هو تسويق السلعة وتحديد سعر متوسط لها.**

الفصل الثالث

تدرس مشكلة صفوف الانتظار

نظرية صفوف الأنتظار Queuing Theory

تعرف صفوف الأنتظار على أنها أسلوب رياضي لحل المشاكل المتعلقة بتراكم صفوف الأنتظار طلبا لخدمة معينة خلال فترة زمنية معينة .

مفاهيم حول نماذج صفوف الأنتظار

مثل هل نحتاج موظف اضافي

A.توفير نظام الخدمة

1. من يصل اولاً يخدم اولاً
2. من يصل أخر يخدم اولاً
3. الخدمة بصورة عشوائية

B.قنوات الخدمة : هي القدرة على تقديم الخدمة للعملاء بشكل جيد وباسرع وقت ممكن يمكن ان يكون هناك قناة خدمة واحدة او أكثر من قناة.

C. الخصائص الشخصية لطالبي الخدمة وسلوكهم : قد يعود سبب طول أو قصر صفوف الأنتظار الى الخصائص الشخصية وسلوك طالبي الخدمة .

توزيع العمل لتقليل الزحمة

أهداف تطبيق نظرية صفوف الأنتظار

تقليل وقت الانتظار

1. تحديد متوسط زمن الوقوف في الصف الأنتظار
2. دراسة توسيع طاقة مركز الخدمة
3. تقييم جودة الخدمة المقدمة
4. دراسة الموقف التنافسي في السوق
5. ترشيد الأنفاق وتخفيض التكاليف

تحسين رضا العملاء، تقليل التكاليف، اتخاذ قرار أفضل

مصرف به 5 شبابيك "قنوات خدمة" اذا جاء 5 عملاء
جاء 5 عملاء في نفس اللحظة يتم خدمة 5 فورا ، الباقي سينتظرون
في صف الانتظار

مثل تكاليف الصيانة ... آخر ... سوف
بعض الخدمات الطارئة تكون الاولوية للحدث الأهم
مثل الصفوف في المطاعم
خروج السيارات من ... التجارية والعمل

مثال/ يقدم مصرف خدمة للزبائن بمعدل 150 زبون بالساعة ومعدل وصول الزبائن للمصرف هو 140 زبون بالساعة أوجد

1. أحتمال ان يكون المصرف مشغول ρ
2. متوسط عدد الزبائن المتوقع في صف الأنتظار L_q
3. متوسط عدد الزبائن المتوقع في النظام L_s
4. متوسط وقت ألأنتظار للزبون المتوقع في النظام W_s
5. متوسط وقت الأنتظار للزبون في الصف

الحل/

معدل الخدمة للزبون	$\mu = 150$
معدل وصول الزبائن	$\lambda = 140$

أحتمال ان يكون المصرف مشغول ρ

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{140}{150} = 0.93$$

متوسط عدد الزبائن في صف الأنتظار L_q

$$L_q = \frac{\rho^2}{1-\rho} = \frac{(0.93)^2}{1-0.93} = 13$$

متوسط عدد الزبائن في النظام L_s

$$L_s = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{0.93}{1-0.93} = 14$$

متوسط وقت ألأنتظار في النظام w_s

$$w_s = \frac{1}{\mu - \lambda} = \frac{1}{150 - 140} = \frac{1}{10} = 0.1 \times 60 = 6 \text{ دقيقة}$$

متوسط وقت الأنتظار للزبون في الصف w_q

$$w_q = \frac{\rho}{\mu(1-\rho)} = \frac{0.93}{150(1-0.93)} = \frac{0.93}{10.05} = 0.09 \times 60 = 5.57$$

مثال / يقوم الموظف المسؤال عن التسليم الفروض في أحد المصارف بتقديم الخدمة بمعدل 40 زبون بالساعة ومعدل وصول الزبائن للمصرف 28 زبون بالساعة أوجد

P_o

1. أحتمال عدم وجود اي زبون لدى موظف القروض
2. نسبة الوقت الضائع غير المستغل
3. متوسط عدد الزبائن المتوقع في صف الأنتظار
4. متوسط عدد الزبائن المتوقع في النظام
5. متوسط وقت ألأنتظار للزبون المتوقع في النظام
6. متوسط وقت الأنتظار للزبون في الصف
7. أحتمال وجود 4 زبائن في النظام

الحل /

معدل الخدمة للزبون $\mu = 40$

معدل وصول الزبائن $\lambda = 28$

أحتمال عدم وجود اي زبون

$$\rho_o = 1 - \rho$$

$$\rho_o = 1 - \frac{\lambda}{\mu}$$

$$\rho_o = 1 - \frac{28}{40} \rightarrow \rho_o = 1 - 0.7$$

$$\rho_o = 0.3$$

نسبة الوقت الضائع
30٪ من الوقت

نسبة الوقت الضائع غير المستغل

$$\rho_o = 0.3 \times 100$$

$$\rho_o = 30\%$$

متوسط عدد الزبائن المتوقع في صف الأنتظار

$$L_q = \frac{\rho^2}{1-\rho} = \frac{(0.7)^2}{1-0.7} = \frac{0.49}{0.3} = 1.6$$

متوسط عدد الزبائن المتوقع في النظام

$$L_s = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{0.7}{1-0.7} = 2.3$$

متوسط وقت أنتظار الزبون في النظام

$$w_s = \frac{1}{\mu-\lambda} = \frac{1}{40-28} = \frac{1}{12} = 0.083 \times 60 = 5 \text{ دقيقة}$$

متوسط وقت أنتظار الزبون في الصف

$$w_q = \frac{\rho}{\mu(1-\rho)} = \frac{0.7}{40(1-0.7)} = \frac{0.7}{12} = 0.05 \times 60 = 3.5$$

أحتمال وجود 4 زبائن في النظام

$$\rho_n = \rho^n \rho_o \rightarrow \rho_4 = \rho^4 \rho_o$$

$$\rho_4 = (0.7)^4 \times 0.3 \rightarrow \rho_4 = 0.07$$

القانون المستخدم في الاحتمالات

$$P_n = P^n \cdot P_o$$

$$P_4 = P^4 \cdot P_o$$

$$P_4 = (0.7)^4 \times 0.3 = 0.2401 \times 0.3 = 0.07203 =$$

تقريبا 0.07

قوانين صفوف الأنتظار

μ : معدل تقديم الخدمة

λ : معدل تلقي الخدمة

ρ : أحتمال وجود زبائن في النظام

احتمال وجود زبائن في النظام $= \rho = \frac{\lambda}{\mu}$ $\qquad$ $\mu < \lambda \ \& \ \rho < 1$

$= \frac{\text{معدل تلقي الخدمه}}{\text{معدل تقديم الخدم}}$

ρ_o: أحتمال عدم وجود زبائن في النظام

$$\rho_o = 1 - \rho$$

ρ_n: أحتمال وجود n من زبائن في النظام

$$\rho_n = \rho^n \rho_o$$

L_s: متوسط عدد الزبائن في النظام

$$L_s = \frac{\rho}{1-\rho}$$

L_q :متوسط عدد الزبائن في الصف

$$L_q = \frac{\rho^2}{1-\rho}$$

w_s :متوسط ~~عدد الزبائن~~ في النظام

وقت الانتظار في النظام

$$w_s = \frac{1}{\mu - \lambda}$$

w_q :متوسط ~~عدد الزبائن~~ في الصف

وقت الانتظار في الصف

$$w_q = \frac{\rho}{\mu(1-\rho)}$$

تمارين على صفوف الانتظار

تصل العملاء إلى مركز خدمة بمعدل 30 عميل في الساعة
وتستغرق خدمة كل عميل في المتوسط ساعتين
المطلوب:
احسب معدل الخدمة بالساعة μ
احسب نسبة التشغيل P
احسب متوسط عدد العملاء في الصف L_q
احسب متوسط وقت الانتظار في الصف W_q بالدقائق

معدل الوصول $\lambda = 30$ عميل بالساعة
زمن الخدمة 2 دقيقة

معدل الخدمة بالساعة $\mu = \frac{60}{2} = 30$ عميل بالساعة

احسب نسبة التشغيل $P = \frac{\lambda}{\mu} = 1 = \frac{30}{30}$

$\frac{1}{30-30} =$ لا يوجد وقت انتظار

هنا لا يوجد وقت انتظار وهذا نظام مستقر
نظام مشبع

نظرية صفوف الانتظار

اوهاج بابدين عمر

ماجستير محاسبة وتمويل

تتكون الصفوف عندما يصل عدد كبير من طالبي الخدمة فى نفس الوقت، وهذه مواقف شائعة[1]. إن الهدف الرئيسي من نظرية الصفوف هو العمل على تخفيض الوقت الذي ينتظره العميل حتى يستطيع الحصول على السلعة التى يحتاجها. ويعتبر انتظار العملاء وقتا طويلا حتى يستطيعوا الحصول على الخدمة التى يحتاجونها مؤثراً على رأيهم، وقد يخفض الطلب على الخدمات والسلع المعروضة.

المفاهيم الأساسية لنظرية الصفوف

تشمل ستة مفاهيم أساسية هي :

١ . معدلات وصول العملاء طالبي الخدمة .

٢ . معدلات انصراف العملاء طالبي الخدمة .

٣ . قنوات الخدمة .

٤ . نظام الخدمة .

٥ . مصدر العملاء .

٦ . الحد الأقصى للعملاء الممكن وجودهم فى مراكز الخدمة .

خطوط الانتظار

تظهر خطوط الانتظار عندما يصل العملاء للحصول على خدمة معينة ولا يستطيعون الحصول عليها حالاً، وبالتالي يمكن تعريف خط الانتظار بأنه عبارة عن تراكم أفراد أو آلات في انتظار إمدادهم بخدمة معينة .

[1] د. العليش محمد الحسن-مذكرة بحوث عمليات الجزء الثانى جامعة النيلين السودان- ط ابريل 2003 ص(42, 43)

طول خط الانتظار

يشير طول خط الانتظار إلى عدد الأشخاص او الوحدات التى تنتظر إمدادها بخدمة معينة، ويشمل طول خط الانتظار الأشخاص والوحدات التى دخلت مركز الخدمة وبدأت عمليات إمدادها بالخدمة ولم تنته بعد.

نظام إمداد العملاء أو الوحدات بالخدمة

يشير نظام خط الانتظار إلى الترتيب الذي بواسطته يتم امداد العملاء والوحدات بالخدمة التى يطلبونها ، وهنالك عدة طرق لهذا الترتيب هي :

١ . خدمة الوحدات طالبة الخدمة طبقا لترتيب وصولها[1].

٢ . إعطاء أولوية فى تقديم الخدمة طبقا لظروف العملاء.

٣ . إمداد العملاء بالخدمات طبقا لاختيار عشوائي.

ومن الملاحظ أن أطول خط للانتظار يتوقف على العلاقة بين معدلات وصول العملاء وطاقة مراكز الخدمة : فإذا كان معدلات وصول العملاء أكثر بكثير من طاقة مراكز الخدمة فإن خط الانتظار سيكون طويلا، أما إذا كان معدلات وصول العملاء أقل بكثير من طاقة مراكز الخدمة فإن خط الانتظار سيكون قصيرا، إذا كنا تهتم بانتظار العملاء، أما اذا كان الاهتمام بانتظار مراكز الخدمة أو بمعنى أخر إذا كان يهمنا الوقت المعطل الذي تنتظره مراكز الخدمة فإن طول خط الانتظار للمراكز سيكون قصيرا إذا كان معدلات وصول العملاء أكبر من طاقة مراكز الخدمة (أي أن خط انتظار العملاء طويل)، وبالعكس سيكون طول خط الانتظار لمراكز الخدمة طويلا إذا كانت معدلات وصول العملاء أقل من طاقة مراكز الخدمة (أي أن خط انتظار العملاء قصير) .

كثافة التشغيل = عدد العملاء المتوقعين فى فترة زمنية معينة ÷ الطاقة الانتاجية لوحدات الخدمة خلال فترة زمنية معينة

وقت الانتظار المتوقع = معدل التشغيل المتوقع ÷ طاقة وحدات الخدمة

المصطلحات الرياضية لصفوف الانتظار

[1] مصدر سابق الصفحات (43، 50, 44، 55)

معدلات الوصول λ

معدل أداء الخدمة μ

الوقت المتوقع بين وصول طالبي الخدمة في المتوسط λt

الوقت المتوقع لأداء خدمة للعميل فى المتوسط μt

معامل الاستخدام P

وقت الانتظار، ويمثل الفرق بين وصول العميل ووقت بدء الخدمة[1] wq

الوقت الكلى الذي يقضيه العميل حتى تؤدى له الخدمة فى المتوسط w

طول صف الانتظار اى عدد العملاء فى الصف Lq

احتمال وجود عدد من الوحدات في صفوف الانتظار عند لحظة معينة من الزمن Pn

عدد مراكز اداء الخدمة K

مثال :

يبلغ عدد السفن التي تصل الى ميناء بور تسودان (٤٠) سفينة أسبوعيا ويبلغ معدل التفريغ فى الميناء (٥٠) سفينة أسبوعيا، علما أن هنالك رصيف واحد لتأدية خدمة التفريغ.

المطلوب : حساب كلاً مما يلي :

١ . الوقت المتوقع بين وصول السفن.

٢ . الوقت المتوقع لتفريغ السفن.

٣ . درجة كثافة الحركة فى الميناء.

٤ . الوقت المنقضي قبل تفريغ السفينة.

٥ . الوقت الكلي للانتظار.

٦ . طول صف الانتظار.

الحل :

$\lambda = 40$

$\mu = 50$

[1] مصدر سابق، الصفحات: (55 ،60، 61)

الوقت المتوقع بين وصول السفن (أسبوع) :

$$\lambda t = 1 \div 40 = 0.025$$

الوقت المتوقع لتفريغ السفن[1] (أسبوع) :

$$\mu t = 1 \div 50 = .02$$

درجة كثافة الحركة فى الميناء :

$$P = \lambda \div \mu = 40 \div 50 = 0.80$$

الوقت المنقضي قبل تفريغ السفينة :

$$Wq = \lambda \div \mu (\mu - \lambda) = 40 \div 50 (50-40) = 0.08 \text{ week} = 13.44 \text{ hrs}$$

الوقت الكلي للانتظار :

$$W = 1 \div (\mu - \lambda) = 1 \div (50 - 40) = .1 \text{ week} = 16.8 \text{hrs}$$

طول صف الانتظار :

$$Lq = \lambda \div (\mu - \lambda) = 40 \div (50 - 40) = 4$$

يرى الباحث أن وحدة القياس الشائع هي الساعة في الأعمال والدليل على ذلك هو تحديد ساعات العمل للعمال وفق القوانين الدولية، وبناء على هذا استبدل الباحث بعض قوانين نظرية صفوف الانتظار بقوانين أخرى لتسهيل عملية الفهم مباشرة دون الرجوع لإجراء عمليات حسابية كل مرة كالآتي :

تحويل الأسابيع والأيام إلى ساعات / دقيقة

الوقت المتوقع بين وصول السفن – وحدة معدل الوصول = ٦٠ دقيقة ÷ λ

الوقت المتوقع لتفريغ السفن – وحدة معدل أداء الخدمة = ٦٠ دقيقة ÷ μ

الوقت المنقضي قبل تفريغ السفينة :

$$Wq = (\mu t)^2 \div (\lambda t - \mu t)$$

الوقت الكلي للانتظار :

$$W = (\mu t)(\lambda t) \div (\lambda t - \mu t)$$

طول صف الانتظار :

$$Lq = (\mu t) \div (\lambda t - \mu t)$$

---

[1] مصدر سابق الصفحات (61، 62)

كثافة التشغيل = (λt) ÷ (μt)

مثال[1] :

أجريت دراسة ميدانية لحركة تردد المستهلكين على خزينة احد المجمعات الاستهلاكية , وقد تبين من تلك الدراسة ان مواطن يصل أمام شباك الخزينة كل دقيقتين وان موظف الخزينة يستطيع قبول ٤٠ كوبون من المستهلكين فى الساعة.

المطلوب :

١. عدد المستهلكين فى صف الانتظار.

٢. وقت انتظار المستهلك قبل توريد النقدية فى صف الانتظار.

٣. وقت الانتظار الكلي.

٤. كثافة التشغيل.

الحل :

$\lambda t = 60 \div 30 = 2$

$\mu t = 60 \div 40 = 1.50$

عدد المستهلكين فى صف الانتظار

$Lq = (\mu t) \div (\lambda t - \mu t)$

$Lq = = (1.50) \div (2 - 1.50) = 3$

وقت انتظار المستهلك قبل توريد النقدية فى صف الانتظار:

$Wq = (\mu t)^2 \div (\lambda t - \mu t) = (1.50)^2 \div (2-1.5) = 4.5$ m

الوقت الكلي للانتظار:

$W = (\mu t)(\lambda t) \div (\lambda t - \mu t)$

$W = (1.50)(2) \div (2 - 1.50) = 6$ m

كثافة التشغيل:

$(\mu t) \div (\lambda t)$

$(1.5) \div (2) = 0.75$

[1] مصدر سابق ص (63)